Função Quadrática - Prof. Elon

Soluções

1)

a) Seja $y = ax^2 + bx + c$. Substituindo os pontos dados temos:

(1) $1 = 4a - 2b + c$

(2) $-14 = a + b + c$

(3) $10 = 49a + 7b + c$

Com as operações $(1)-(2)$ e $(3)-(1)$ obtemos as equações:

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 5a + b = 1 \end{cases}$$

Calculamos então $a = 1$, $b = -4$, $c = -11$. Assim, $y = x^2 - 4x - 11$ e, para $x = 47$ encontramos $y = 2010$ (um bom ano novo a todos!).

b) $y = x^2 - 4x - 11 \;\Rightarrow\; y = x^2 - 4x + 4 - 4 - 11 \;\Rightarrow\; y = \left(x-2\right)^2 - 15$

O valor mínimo de y é -15 e ocorre quando $x = 2$.

c) $y = \left(x-2\right)^2 - 15 = 0 \;\Rightarrow\; \left(x-2\right)^2 = 15 \;\Rightarrow\; x = 2 \pm \sqrt{15}$.

2) A partir de $t = 0$ a abscissa de A é $x = -10 + 2t$ e a ordenada de B é $y = -6 + t$. A distância entre A e B é $d = \sqrt{(-10+2t)^2 + (-6+t)^2}$.

Para minimizar d basta minimizar a função

$y = d^2 = (-10+2t)^2 + (-6+t)^2 = 5t^2 - 52t + 136$.

O valor mímimo de y é $-\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{52^2 - 4\cdot 5\cdot 136}{4\cdot 5} = \dfrac{4}{5}$.

Assim, o valor mínimo de d é $\sqrt{\dfrac{4}{5}}$ que é menor que 1.

3) Sejam x e y os números procurados.

a) $x - y = d$ e $xy = p$. Esses números são as raízes da equação $x^2 - dx - p = 0$.

b) $x + y = s$ e $\dfrac{x}{y} = q$. Portanto, $x = q(s-x)$, ou seja, $x = \dfrac{qs}{q+1}$ e $y = \dfrac{s}{q+1}$.

c) $xy = p$ e $\dfrac{x}{y} = q$. Multiplicando membro a membro obtemos $x = \sqrt{pq}$ e dividindo membro a membro obtemos $y = \sqrt{\dfrac{p}{q}}$.

d) $x + y = s$ e $x^2 + y^2 = k^2$. Elevando a primeira relação ao quadrado obtemos $k^2 + 2xy = s^2$, ou seja, $xy = \dfrac{s^2 - k^2}{2}$. Os números procurados são as raízes da equação $x^2 - sx + \dfrac{s^2 - k^2}{2} = 0$.