Função Exponencial - Prof. Paulo Cezar

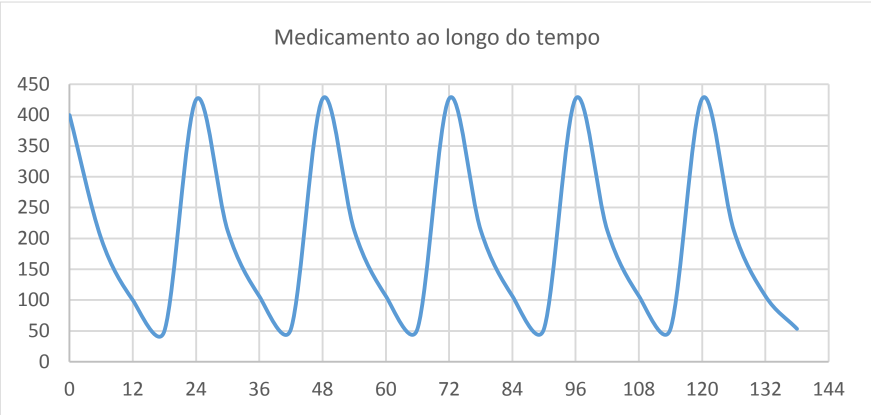
Soluções

1.

a) A cada 6 horas, a quantidade de medicamento se reduz à metade. Logo, às 18 horas, ou seja, 12 horas após a aplicação, a quantidade de medicamento será igual a ¼ da quantidade inicial, o que corresponde a 100 mg. De modo geral, a quantidade de medicamento, em mg, após t horas é dada por $q(t) = 400.2^{-t/6}$. Portanto, às 22 horas haverá $q(16) = 400.2^{-16/6} \approx 63$ mg do medicamento.

b) Às 18 horas do dia seguinte, o medicamento da primeira aplicação terá sido reduzido a $(1/2)^6$ da quantidade inicial e o da segunda a $(1/2)^2$ daquela quantidade. Logo, restarão $400.\left(\frac{1}{64}+\frac{1}{4}\right) = 106{,}25$ mg do medicamento.

c) A cada dia, a quantidade máxima de medicamento é registrada logo após a aplicação diária. Ao longo do dia, a quantidade decai exponencialmente. Cada trecho exponencial atinge valores um pouco maiores do que os do dia anterior, mas a quantidade máxima converge para $400 + \frac{400}{2^4} + \frac{400}{2^8} + \cdots = \frac{400}{1-\frac{1}{16}}$ ≈426,67 mg de medicamento.



2. No instante t = 0, a diferença entre a temperatura da água e a do meio ambiente é D(0) = 100 – 30 = 70. No instante t = 5, esta diferença é D(5) = 65 – 30 = 35. Como, pela lei de resfriamento de Newton, D é do tipo exponencial, ela pode ser escrita na forma $D(t)=ba^t$. De D(0) = 70, obtemos b = 70. De D(5) = 35, obtemos $70.\ a^5 = 35$, ou seja $a = (1/2)^{1/5}$. No instante em que a temperatura é 38º, temos D(t) = 38 – 30 = 8. Logo, t é tal que $70.\ (1/2)^{t/5} = 8$. Tomando logaritmos (por exemplo, na base e): $\frac{t}{5}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{8}{70}\right)$. Daí, $t = \frac{5\ln(\frac{8}{70})}{\ln(\frac{1}{2})}$ = 15,64 minutos.

3. Temos $a^x = b^{\,log_b\, a^x} = b^{(log_b a)x}$. Portanto, $k = log_b a$. Assim, $4^x = e^{(\ln 4)\, x} = e^{1,386x}$.