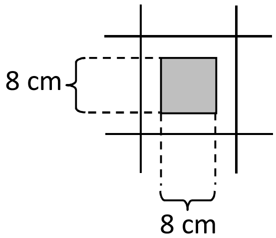
Probabilidade I

Prof. Ledo Vaccaro Machado

Soluções

Questão 1 — resposta:



O centro da moeda deve parar em um quadrado interno à cerâmica e com 8 cm de lado (cerâmica e quadrado concêntricos e com os lados respectivamente paralelos), com ilustrado na figura.

A probabilidade procurada é:

P = (área de um quadrado de lado 8 cm) / (área de um quadrado de lado 10 cm) =
= 64 / 100 = 0,64 = 64%.

Questão 2 — respostas:

Primeiramente, observemos que os conjuntos formados pelos alunos que possuem cada tipo de sangue — A, B, O ou AB — são disjuntos. Portanto, identificando esses conjuntos através de A, B, O e AB, respectivamente, para quaisquer $X, Y \in \{A, B, O, AB\}$, $P(X\cap Y) = 0$ e $P(X\cup Y) = P(X) + P(Y)$. Além disso, como os percentuais apresentados correspondem à razão entre cada grupo considerado e o total de alunos da escola, os percentuais são a probabilidade de escolha de um aluno do grupo.

a) Se 70% dos alunos **não** têm sangue tipo A, a probabilidade de um aluno ter sangue tipo A é $P(A) = 1 - 70\% = 30\%$.
Se a probabilidade de o aluno escolhido ter sangue tipo A é de 30% e a de ter sangue tipo A ou B é de 50%, temos:
$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$
$50\% = 30\% + P(B)$
$P(B) = 20\%$

b) Sabemos que quaisquer dois dos conjuntos A, B e O são disjuntos.
Se $P(A) = 30\%$, $P(B) = 20\%$ e $P(O) = 45\%$, então
$P(A\cup B\cup O) = P(A) + P(B) + P(O) = 30\% + 20\% + 45\% = 95\%$.

c) $P(AB) = 1 - P(A\cup B\cup O) = 1 - (P(A) + P(B) + P(O)) = 1 - 95\% = 5\%$

Questão 3 — respostas:

a) Não. Para que eles fossem mutuamente exclusivos, $P(A \cap B)$ deveria ser igual a zero, e, nesse caso, $P(A \cup B)$ seria igual a $P(A) + P(B) = 0{,}5 + 0{,}6 = 1{,}1$, o que é impossível, visto que a probabilidade de qualquer evento é sempre menor que ou igual a 1.

b) Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, e o maior valor possível para $P(A \cup B)$ é um, ocorrendo quando $P(A \cap B)$ for igual a 0,1, o menor valor para $P(A \cap B)$ é 0,1.
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}6 - 0{,}1 = 1$.
O maior valor para $P(A \cap B)$ é 0,5, visto que a $P(A \cap B)$ não pode ser maior do que $P(A)$ nem do que $P(B)$, pois $A \cap B \subset A$ e $A \cap B \subset B$. Se $A \subset B$, $A \cap B = A$ e $P(A \cap B) = P(A) = 0{,}5$.

c) Podem. Suponha o espaço amostral equiprovável $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e os eventos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Temos: $P(A) = 5/10 = 0{,}5$ e $P(B) = 6/10 = 0{,}6$.
A informação de que ocorreu A elimina as possibilidades de ocorrência de 6, 7, ou 8. Têm-se, agora, três possibilidades (3, 4 ou 5, elementos possíveis em B) em cinco (1, 2, 3, 4 ou 5, elementos de A). A probabilidade de ocorrer B dada a informação de que ocorreu A é $3/5 = 0{,}6$, a mesma probabilidade inicial de B.
A informação de que ocorreu B elimina as possibilidades de ocorrência de 1 ou 2. Têm-se, agora, três possibilidades (3, 4 ou 5, elementos possíveis em A) em seis (3, 4, 5, 6, 7 ou 8 elementos de B). A probabilidade de ocorrer A dada a informação de que ocorreu B é $3/6 = 0{,}5$, a mesma probabilidade inicial de A.
A informação de que ocorreu A não afeta a probabilidade de ocorrência de B, e a informação de que ocorreu B não afeta a probabilidade de ocorrência de A. Os eventos A e B são independentes.