Probabilidade II

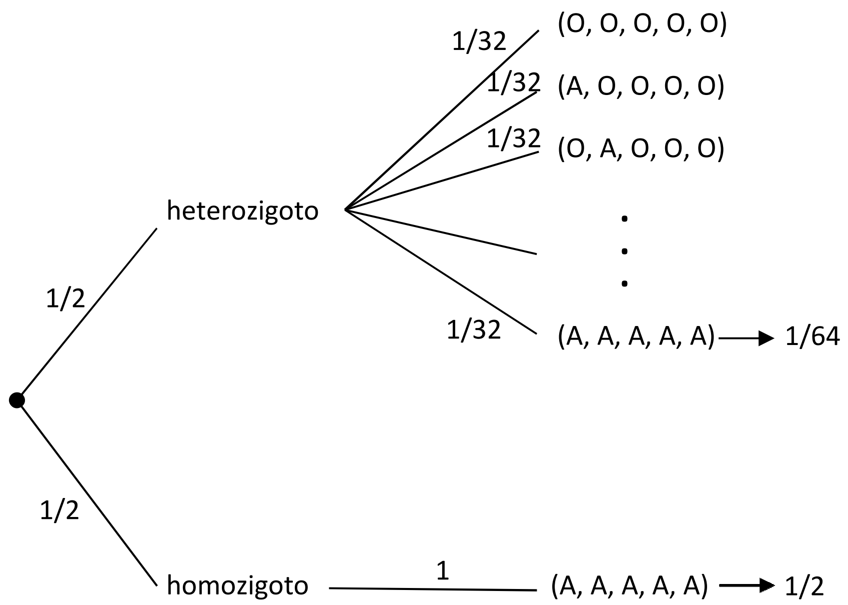
Prof. Ledo Vaccaro Machado

Soluções

Questão 1 — resposta:

Por ter sangue tipo O, Dona Clotilde sempre contribuiu com um gene O na formação dos cinco filhos. Se Senhor Clóvis for homozigoto, terá sempre contribuído com um gene A. Mas se ele for heterozigoto, poderia ter contribuído com um gene A ou com um gene O. Nesse caso, consideremos cinco-uplas para identificar as possíveis contribuições do Senhor Clóvis a cada um dos filhos, $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, onde x_i = O ou x_i = A, e i é o i-ésimo filho. Assim, pelo princípio multiplicativo, existem $2^5 = 32$ cinco--uplas possíveis, e apenas uma delas, (A, A, A, A, A), corresponde aos cinco filhos com sangue tipo A.

Criemos uma árvore de probabilidades:



P(homozigoto\(A, A, A, A, A)) =

= P(homozigoto e (A, A, A, A, A)) / P((A, A, A, A, A)) =

= (1/2) / (1/2 + 1/64) = (1/2) / (33/64) = 32/33.

Questão 2 — resposta:

Deseja-se saber a probabilidade de que a primeira bola seja branca **e** a segunda também seja branca dado que a primeira foi branca, **ou** de que a primeira bola seja vermelha **e** a segunda também seja vermelha dado que a primeira foi vermelha. Simbolicamente, chamando de P a probabilidade procurada, podemos escrever:

$$P = P(1^a \text{ branca}) \cdot P(2^a \text{ branca}\backslash 1^a \text{ branca}) + P(1^a \text{ vermelha}) \cdot P(2^a \text{ vermelha}\backslash 1^a \text{ vermelha}) =$$
$$= (3/5)\cdot(2/5) + (2/5)\cdot(4/5) = 6/25 + 8/25 = 14/25 = 56/100 = 56\%$$

<u>Outra forma de resolver</u>

Indicando as bolas brancas por B e as bolas vermelhas por V, poderíamos fazer:

Primeira urna = $\{B_1, B_2, B_3, V_1, V_2\}$
Segunda urna = $\{B_4, V_3, V_4, V_5\}$

O espaço amostral formado pelas duas retiradas é:

$$\Omega = \{\underline{\mathbf{B_1B_1}}, \underline{\mathbf{B_1B_4}}, B_1V_3, B_1V_4, B_1V_5,$$
$$\underline{\mathbf{B_2B_2}}, \underline{\mathbf{B_2B_4}}, B_2V_3, B_2V_4, B_2V_5,$$
$$\underline{\mathbf{B_3B_3}}, \underline{\mathbf{B_3B_4}}, B_3V_3, B_3V_4, B_3V_5,$$
$$\underline{\mathbf{V_1V_1}}, V_1B_4, \underline{\mathbf{V_1V_3}}, \underline{\mathbf{V_1V_4}}, \underline{\mathbf{V_1V_5}},$$
$$\underline{\mathbf{V_2V_2}}, V_2B_4, \underline{\mathbf{V_2V_3}}, \underline{\mathbf{V_2V_4}}, \underline{\mathbf{V_2V_5}}\}$$

Das 25 possibilidades de retiradas, 14 são de retiradas de bolas de mesma cor. Portanto, a probabilidade procurada é 14/25 = 56/100 = 56%.

Questão 3 — respostas:

a) Se as extrações forem feitas com reposição, só existem 6 extrações possíveis, o primeiro só pode extrair a bola com o número 6 na 1ª, na 3ª ou na 5ª extração, e a probabilidade será:

$$P = (1/6) + (5/6)\cdot(4/5)\cdot(1/4) + (5/6)\cdot(4/5)\cdot(3/4)\cdot(2/3)\cdot(1/2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 =$$
$$= 3/6 = 1/2$$

b) Se as extrações forem feitas com reposição, teoricamente, as extrações podem continuar para sempre, e a primeira pessoa pode extrair a bola com o número 6 nas extrações de ordem ímpar, 1ª, 3ª, 5ª, 7ª etc. A probabilidade procurada é

$$P = (1/6) + (5/6)\cdot(5/6)\cdot(1/6) + (5/6)\cdot(5/6)\cdot(5/6)\cdot(5/6)\cdot(1/6) + \ldots =$$
$$= (1/6) + (5/6)^2\cdot(1/6) + (5/6)^4\cdot(1/6) + (5/6)^6\cdot(1/6) \ \ldots$$

A última expressão é o limite da soma de uma P.G. cujo primeiro termo é 1/6 e cuja razão é $(5/6)^2$.

P = (1/6) / (1 – 25/36) = (1/6) / (11/36) = 6/11

Em termos de probabilidade, na primeira situação, é indiferente ser o primeiro ou o segundo a extrair a bola; na segunda situação, o primeiro a extrair tem maior probabilidade de retirar a bola 6 (ou qualquer uma das bolas que se estabeleça previamente que deva ser tirada).