Combinatória 2

PROF.LUCIANO MONTEIRO DE CASTRO

Soluções

1. Sejam $x_1, x_2, \ldots, x_5$ as quantidades de cada tipo de bala em um determinado pacote. Devemos ter $x_1 + x_2 + \cdots + x_5 = 20$, com cada x_k inteiro não negativo. Logo o número de diferentes pacotes possíveis é
$$\binom{20+5-1}{20} = \binom{24}{4} = 10.626.$$

2. Considere a ordem das escolhas: sendo A, B e C as colunas, da esquerda para a direita, uma ordem possível é $AABBACCC$. Note que a escolha da coluna já determina a escolha do alvo. Com isso, queremos contar o número de anagramas de $AAABBCCC$, que é $\frac{8!}{3!\,2!\,3!} = 560$.

3. Seja w tal que $x + y + z + w = 8$. Então, para cada solução (x, y, z) da inequação do enunciado, o valor correspondente de w é inteiro e não negativo. Reciprocamente, para cada solução inteira não negativa (x, y, z, w) da equação $x+y+z+w = 8$ temos $x+y+z \leq 8$. Logo há uma bijeção entre as soluções da inequação e da equação, e a resposta é
$$\binom{8+4-1}{8} = \binom{11}{3} = 165.$$

4. É possível representar cada possibilidade como um anagrama com 12 símbolos, sendo 10 letras diferentes representando as pessoas e dois símbolos iguais (vírgulas, por exemplo) atuando como "separadores" para determinar as três filas. Por exemplo, o anagrama $CFJB, DIG, AH$ significa que na primeira cabine forma-se a fila com as pessoas C, F, J, B, na segunda, a fila D, I, G, e, na terceira, a fila A,H (nesta ordem). Assim, a resposta é
$$\frac{12!}{2!} = 239.500.800.$$