Equações e Inequações

Prof. Luciano Monteiro de Castro

Soluções

1. (A) FALSO. Por exemplo, para $x = -1$ temos $x < 1$ mas $x^2 = 1$.

   (B) FALSO. Por exemplo, para $x = -2$ temos $x^2 > 1$ mas $x < 1$.

   (C) FALSO. Por exemplo, para $x = -2$ temos $2 > x + 1$ mas $\frac{2}{x+1} < 1$.

   (D) FALSO. Por exemplo, para $x = -1$ temos $x < 1$ mas $\frac{1}{x} < 1$.

   (E) VERDADEIRO.

$$\frac{2}{x+1} > 1 \iff \frac{2}{x+1} - 1 > 1 - 1 \iff \frac{1-x}{1+x} > 0.$$

2.

$$x^2 - 2|x| = k \iff |x|^2 - 2|x| - k = 0 \iff |x| = 1 \pm \sqrt{k+1}.$$

   Haverá exatamente 4 valores reais possíveis para x se, e somente se, houver dois valores reais positivos distintos para $1 \pm \sqrt{k+1}$. Isso ocorre se, e somente se $0 < \sqrt{k+1} < 1$, ou seja, $-1 < k < 0$.

3. (A) VERDADEIRA. $f(x) > -3 \iff x(x-2) > 0 \iff x < 0$ ou $x > 2$. Logo o intervalo $]2, +\infty[$ é subconjunto do conjunto solução da inequação $f(x) > -3$.

   (B) VERDADEIRA. $f(x) \leq g(x) \iff 2x^2 - 5x - 7 \leq 0 \iff -1 \leq x \leq \frac{7}{2}$. Logo o intervalo $]-1, 2[$ está contido no conjunto solução da inequação $f(x) \leq g(x)$.

   (C) FALSA. Como vimos na alternativa (B), $x = -1$, por exemplo é solução de $f(x) \leq g(x)$, e $0 < -1 < 3$ é falso.

   (D) VERDADEIRA. As raízes de $f(x)$ são -1 e 3, e as raízes de $g(x)$ são -1 e 4. Para $x < -1$, $f(x)$ é positiva e $g(x)$ é negativa, logo $f(x) \cdot g(x) < 0$.

   (E) VERDADEIRA. Ver (B).

4.

$$\sqrt{3x-2} = \sqrt{x}+2 \iff 3x-2 = \left(\sqrt{x}+2\right)^2 \text{ e } 3x-2 \geq 0 \iff x-2\sqrt{x}-3 = 0 \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff$$

$$(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} - 3 = 0 \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff \left(\sqrt{x} = -1 \text{ ou } \sqrt{x} = 3\right) \text{ e } x \geq \frac{2}{3} \iff x = 9.$$