impa instituto nacional de matemática pura e aplicada

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA

PAPMEM Julho / 2015

Equações do Segundo Grau

Prof.Luciano Monteiro de Castro

Soluções

1. Como b e c são inteiros, a outra raiz da equação é $2-\sqrt{3}$, logo $-b = (2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})$ (soma das raízes), e $c = (2+\sqrt{3})\cdot(2-\sqrt{3})$ (produto das raízes), e obtemos $b = -4$ e $c = 1$.

2. **Opção B**

   Fazendo a mudança de variável $y = x+1$, obtemos $(y-1)^2 = 2(y-1)+4 \iff y^2-2y+1 = 2y+2 \iff 1 = y^2-4y \iff y^{-1} = y-4y \iff (x+1)^{-1} = x+1-4 \iff (x+1)^{-1} = x-3$.

3. Seja a a fração do tanque esvaziada pela primeira torneira em um minuto, e b a fração do tanque esvaziada pela segunda torneira em um minuto. Assim, as duas torneiras juntas esvaziam $a+b$ do tanque por minuto, e como o tanque inteiro será esvaziado em 20 minutos, obtemos $20(a+b) = 1$. Além disso, o tempo em minutos em que a primeira torneira esvazia o tanque sozinha é $\frac{1}{a}$, e para a segunda torneira esse tempo é $\frac{1}{b}$. Obtemos, então, $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - 30$. Da primeira equação obtemos $b = \frac{1}{20} - a = \frac{1-20a}{20}$, e substituindo esse valor de b na segunda concluímos que $\frac{1}{a} = \frac{20}{1-20a}$, logo $-600a^2-10a+1 = 0$. Esta equação do segundo grau pode ser reescrita em função de $\frac{1}{a}$, e obtemos $(\frac{1}{a})^2 - 10(\frac{1}{a}) - 600 = 0$. As raízes dessa última equação são 30 e -20, e concluímos que a primeira torneira esvazia o tanque em 30 minutos, logo esvaziará 60% do tanque em $60\% \cdot 30 = 18$ min.

4. **Opção D**

   Como a e b são inteiros, temos que $\left(1-\sqrt{2}\right)^{2011} = a-b\sqrt{2}$, e multiplicando ambos os lados dessa igualdade por $1+\sqrt{2}$ obtemos $\left(1-\sqrt{2}\right)^{2010}\cdot\left(1-\sqrt{2}\right)\cdot(1+\sqrt{2}) = (a-b\sqrt{2})\cdot(1+\sqrt{2}) \iff \left(1-\sqrt{2}\right)^{2010}\cdot(-1) = a-2b+(a-b)\sqrt{2} \iff \left(1-\sqrt{2}\right)^{2010} = 2b-a+(b-a)\sqrt{2}$.