Matemática Financeira

Prof.Luciano Monteiro de Castro

1. A inflação do ano de 2016, calculada pelo IPC-A, foi de $6,29\%$. Calcule o aumento no poder de compra de um trabalhador que recebeu aumento salarial anual de 10% em janeiro de 2017.

2. Um indivíduo precisa pagar três parcelas para quitar a compra de um terreno. São cobrados juros compostos de 30% ao semestre. As parcelas são de R\$ $120.000,00$, R\$ $180.000,00$ e R\$ $338.000,00$ e vencem em seis meses, um ano e dois anos, respectivamente. Esses três pagamentos podem ser substituídos por um único pagamento, daqui a um ano, no valor, em reais, de:

3. Miguel comprou um título X em janeiro de 2015. O título dá direito a receber do emissor, em janeiro de 2020, a quantia de R\$ $1.000,00$ corrigida pela inflação do período. Aproveitando as condições de mercado da época, Miguel conseguiu garantir um retorno anual sobre seu investimento de 7% acima da inflação. Suponha que, em janeiro de 2017, títulos equivalentes a X estejam sendo negociados no mercado com taxas de retorno anual de 5% acima da inflação.

(a) Quanto pagou Miguel pelo título?

(b) Qual é o preço de mercado do título X em janeiro de 2017?

(c) Se Miguel vende o título pelo valor de mercado em janeiro de 2017, qual o retorno anual médio acima da inflação obtido por ele nos dois anos de investimento?

Dados: Inflação anual em 2015 e 2016: $10,67\%$ e $6,29\%$, respectivamente.

Soluções

1. Basta dividir os fatores correspondentes ao aumento e à inflação: $\dfrac{1,10}{1,0629} \approx 1,035$. Assim, o aumento do poder de compra foi de $3,5\%$.

   Outra maneira de chegar a esse resultado é pensar de forma mais concreta. Por exemplo, suponha que o salário do trabalhador no início de 2016 fosse 10.000 reais, e uma cesta básica custasse 100 reais. Então seu salário era suficiente para comprar 100 cestas básicas. No início de 2017, o salário passa a ser 11.000 reais, mas a cesta básica passa a custar $106,29$ reais. Assim, o salário é suficiente para comprar $\dfrac{11.000}{106,26} \approx 103,5$ cestas básicas, ou seja, $3,5\%$ a mais que no ano anterior.

2. Basta somar os valores financeiros das três parcelas daqui a um ano. A parcela de 120.000 deve receber 1 semestre de juros, a de 180.000 não é alterada e a de 338.000 será antecipada em 2 semestres. O valor é

$$120.000 \times (1,3) + 180.000 + \frac{338.000}{(1,3)^2} = 536.000.$$

3. (a) De forma a obter o retorno desejado, Miguel deve receber $C \times (1+i) \times (1,07)^5$, onde C representa o capital investido e i a taxa de inflação (ainda desconhecida) do período de 5 anos do investimento. Por outro lado, sabemos que o título dá direito a receber no vencimento, o valor $1000 \times (1+i)$. Assim, temos $C \times (1+i) \times (1,07)^5 = 1000 \times (1+i)$, logo $C = \dfrac{1000}{(1,07)^5} \approx 712,99$. Ou seja, Miguel pagou R\$ $712,99$ pelo título.

   (b) As condições de mercado significam que um comprador em janeiro de 2017 estará disposto a receber, ao final do seu investimento (que terá um período de 3 anos), o valor de $P \times (1+j) \times (1,05)^3$, onde P é o preço pago pelo título e j é a taxa de inflação, ainda desconhecida, desse período. Por outro lado, sabemos que o título dá direito a receber, no vencimento, o valor $1000 \times (1,1067) \times (1,0629) \times (1+j)$. Assim, temos $P \times (1+j) \times (1,05)^3 = 1000 \times (1,1067) \times (1,0629) \times (1+j)$, logo $P = \dfrac{1000 \times 1,1067 \times 1,0629}{(1,05)^3} \approx 1016,14$.

   (c) A razão entre o valor recebido em dois anos e o capital investido por Miguel é $\dfrac{1016,14}{712,99} \approx 1,42518$. Descontando a inflação do período, obtemos $\dfrac{1,42518}{(1,1067) \times (1,0629)} \approx 1,21157$. Finalmente, sendo a a taxa média anual temos $(1+a)^2 = 1,21157$, e obtemos $a \approx 10,07\%$.