PAPMEM Julho / 2015

Soluções - Contagem

Prof. Paulo Cezar Carvalho

1.

O total de números de nove algarismos tendo o dígito 9 como primeiro é 10^8. Os números antigos de oito algarismos constam no total de $3 \cdot 10^7$ e, introduzindo o dígito 9 como primeiro não altera o total desses números, apenas passam a ter nove algarismos. Portanto, a quantidade de números criados é igual a $10^8 - 3 \cdot 10^7 = 10 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^7 = 7 \cdot 10^7 = 70$ milhões.

2.

Compreendendo que a comissão será formada com a escolha de 5 professores dentre os 12, excetuando-se as possibilidades de comissões compostas exclusivamente por professores do Ensino Fundamental, temos que:

$C_{12,5} - C_{8,5} = 792 - 56 = 736.$

Desse modo há 736 maneiras de formar a comissão.

3. Há $C_{5,2}$ = 10 modos de escolher os dois alunos premiados dentre os cinco. Cada um deles tem 3 possibilidades de premiação (ouro, prata ou bronze). Logo, o número total de possibilidades é 10 x 3 x 3 = 90.

4.

Como as faces opostas somam 7, as faces podem ser divididas em três duplas: {1,6}, {2,5} e {3,4}.
Vamos considerar três casos:
a) Os algarismos que aparecem no topo dos três dados são todos da mesma dupla.
Neste caso, a dupla {1,6} gera $2 \times 2 \times 2 = 8$ números diferentes: 111, 116, 161, 611, 661, 616, 166 e 666. Analogamente, a dupla {2,5} gera outras oito possibilidades e a dupla {3,4} mais oito. Assim, neste primeiro caso temos um total de 24 possibilidades.
b) Dois dos algarismos do topo pertencem a uma dupla e o outro pertence a uma dupla diferente.

Em dois dados aparecem algarismos da dupla:	No outro dado aparece algarismo da dupla:
{1,6}	{2,5}
{1,6}	{3,4}
{2,5}	{1,6}
{2,5}	{3,4}
{3,4}	{1,6}
{3,4}	{2,5}

Pensemos nas possibilidades de formação de números em cada uma das linhas da tabela acima; por exemplo, no caso em que 1 ou 6 aparece no topo de dois dados e no outro dado aparece 2 ou 5, teremos $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ possibilidades (a saber: 112, 121, 211, 115, 151, 511, 162, 126, 216, ... , 566). Analogamente, cada um dos casos apresentados nas linhas da tabela produzirão 24 números diferentes.
No total, neste caso teremos $6 \times 24 = 144$ possibilidades.
c) Os três números que aparecem no topo dos dados são provenientes de números de duplas diferentes. Este caso nunca ocorre, pois é impossível enfileirar os dados de modo que as faces em contato tenham o mesmo número.
Logo, podemos obter $24 + 144 = 168$ números diferentes.