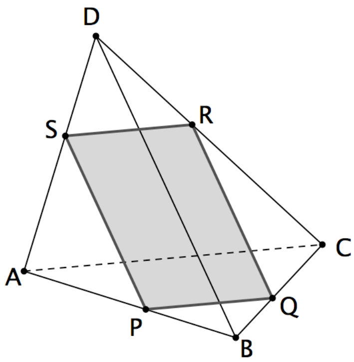
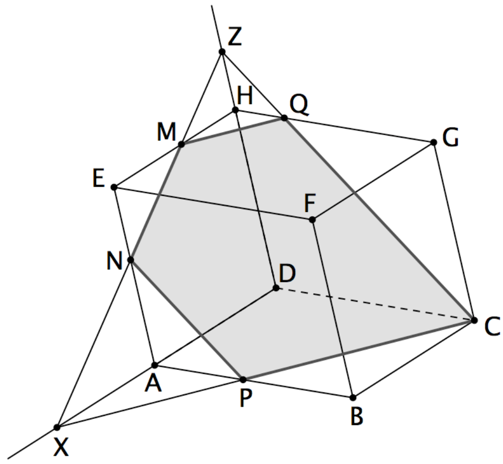
Geometria Espacial I - Soluções

Prof. Eduardo Wagner

1) O desenho ao lado explica tudo.

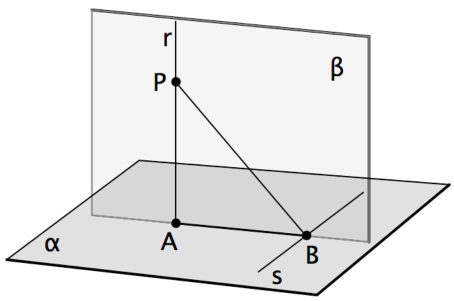




2) a) A seção é o quadrilátero *PQRS* (acima). Como *PQ* e *SR* são paralelos a *AC* então são paralelos entre si. Como *PS* e *QR* são paralelos a *BD* então são paralelos entre si. Assim, a seção *PQRS* é um paralelogramo.
b) Se as retas *AC* e *BD* forem ortogonais então o ângulo *SPQ* é reto a seção é um retângulo e vice versa.

3)

Hipótese:	*Tese*:
$r \perp \alpha$	$PB \perp s$
$r \cap \alpha = \{A\}$	
$s \subset \alpha$	
$A \notin s$	
$B \in s$	
$AB \perp s$	
$P \in r$	



Demonstração:
Seja β o plano que contém *r* e *AB*.
Como $r \perp \alpha$ e $s \subset \alpha$ então *r* é ortogonal a *s*. Mas *AB* é perpendicular a *s*.
Como *s* é perpendicular a *AB* e ortogonal a *r* então *s* é perpendicular a β.
Sendo *s* é perpendicular a β então *s* é perpendicular a *AB* (que está contido em β).

4) Seja *H* a projeção de *P* sobre o plano (*ABC*). A reta *AH* encontra *BC* em *D*. Vamos mostrar que *AD* é uma altura do triângulo *ABC*.
Como *AP* é perpendicular ao plano (*PBC*) então *AP* é ortogonal a *BC*. Como *PH* é perpendicular ao plano (*ABC*) então *PH* é ortogonal a *BC*. Assim, *BC* é perpendicular ao plano (*PAH*) que é também o plano (*PAD*). Logo, *BC* é perpendicular a *AD* e, consequentemente, *AD* é uma altura do triângulo *ABC*. O restante é análogo.