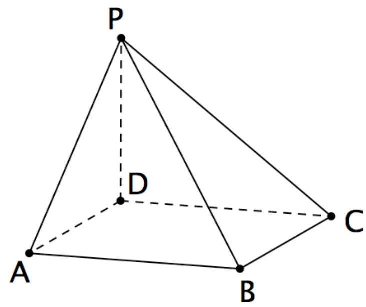
Geometria Espacial II - Soluções

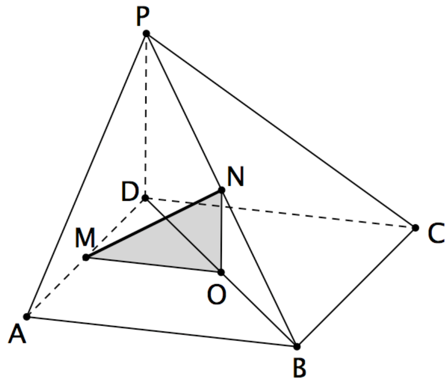
Prof. Eduardo Wagner



1) a) *DP* é perpendicular ao plano (*ABCD*) e *DA* é perpendicular a *AB*. Pelo teorema das três perpendiculares, *PA* é perpendicular a *AB*.

b) Usando os triângulos retângulos calculamos $PA = PC = 4$, $PB = 5$ e $PB = 3\sqrt{2}$.

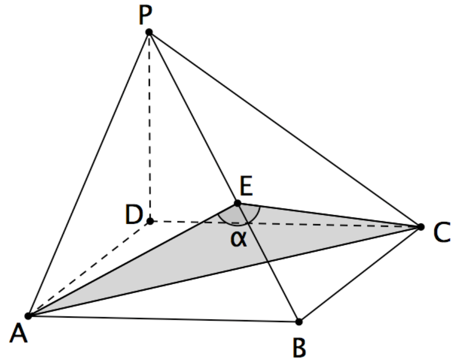
Assim, $\cos D\hat{A}P = \cos D\hat{C}P = \frac{3}{4}$ e $\cos D\hat{B}P = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.



c) Sendo *O* o centro do quadrado temos que o triângulo *MON* é retângulo em *O*.
Como $MO = 3/2$ e $ON = \sqrt{7}/2$ então $MN = 2$.

2) a) O ângulo entre *DC* e *PB* é o ângulo entre *AB* e *PB*, ou seja, é o ângulo *ABP* (veja a primeira figura) Assim, $\cos A\hat{B}P = \frac{AB}{BP} = \frac{3}{5}$.

b) O ponto *E* da aresta *PB* é tal que *EA* é perpendicular a *PB*. Logo *EC* é também perpendicular a *PB* pois os triângulos *PBA* e *PBC* são congruentes. O ângulo entre os semiplanos (*PBA*) e (*PBC*) é o ângulo $A\hat{E}C = \alpha$
Utilizando relações nos triângulos retângulos temos
$EA = EB = \frac{12}{5}$ e $AC = 3\sqrt{2}$.



A lei dos cossenos no triângulo *EAC* fornece

$\cos\alpha = \frac{9}{16}$.

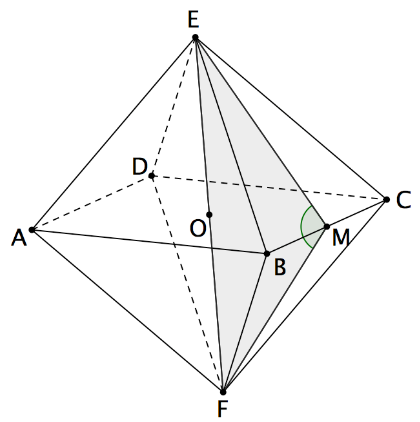
3) a) Adotando a aresta do octaedro *ABCDEF* com comprimento de 2 unidades e sendo *M* o ponto médio da aresta *BC* temos, observando a figura ao lado:

$EF = 2\sqrt{2}$ pois é diagonal do quadrado *AFCE*.

$ME = MF = \sqrt{3}$ pois são alturas de triângulos equiláteros.

O ângulo entre os semiplanos (*BCE*) e (*BCF*) é o ângulo $E\hat{M}F = \theta$.

A lei dos cossenos no triângulo *EMF* fornece $\cos\theta = -\frac{1}{3}$.



b) Seja *O* o centro do octaedro. Complete a figura anterior traçando o segmento *OM* e o segmento *OH* perpendicular a *EM*.

O comprimento de *OH* é a distância de *O* à face *EBC*.

Utilizando uma relação métrica no triângulo retângulo *OEM* tem-se $OM = \frac{\sqrt{6}}{3}$.