instituto nacional de matemática pura e aplicada

Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação

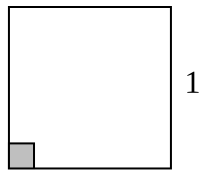
GOVERNO FEDERAL BRASIL PÁTRIA EDUCADORA

Áreas - 1

Prof. Eduardo Wagner

Soluções

1) Sejam a e b as medidas da base e da altura do retângulo. Essas medidas são números racionais e, portanto, podem ser escritos como frações. Escrevendo essas frações com mesmo denominador, temos $a = \frac{m}{d}$ e $b = \frac{n}{d}$.



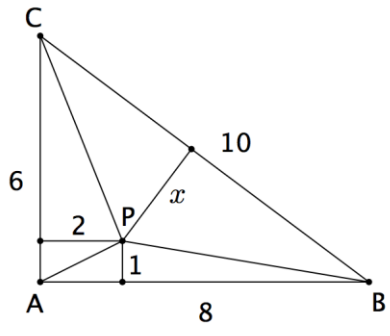
Dividamos a unidade de área em quadradinhos de lado $1/d$.

Como cabem no interior da unidade de área d^2 quadradinhos então a área de cada quadradinho é $1/d^2$.

Como no retângulo cabem m quadradinhos em sua base e n quadradinhos em sua altura, o retângulo fica completamente preenchido por $m \cdot n$ quadradinhos. Assim, a área do retângulo é igual ao número de quadradinhos multiplicado pela área de cada quadradinho, ou seja,

$$\text{Área do retângulo} = mn \cdot \frac{1}{d^2} = \frac{m}{d} \cdot \frac{n}{d} = ab.$$

2) A figura ao lado mostra a situação descrita no enunciado. Sendo x a distância de P ao lado BC temos:



$$(APB) + (BPC) + (CPA) = (ABC)$$

Assim,

$$\frac{8 \cdot 1}{2} + \frac{10 \cdot x}{2} + \frac{6 \cdot 2}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2}$$

Portanto, $x = 2{,}8\,\text{cm}$.

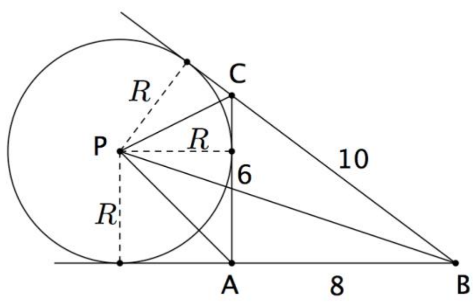
3) A figura ao lado mostra a situação descrita no enunciado. Sendo R o raio da circunferência temos:

$$(APB) + (BPC) - (CPA) = (ABC)$$

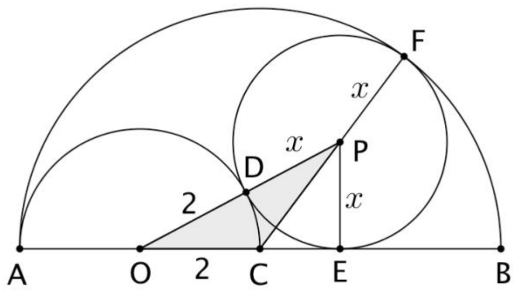
Assim,

$$\frac{8 \cdot R}{2} + \frac{10 \cdot R}{2} - \frac{6 \cdot R}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2}$$

Portanto, $R = 4\,\text{cm}$.



4) Seja *O*, o ponto médio de *AC*. Traçamos *OP*, que passa pelo ponto de tangência *D*, *CP*, que passa pelo ponto de tangência *F* e *PE*, perpendicular a *AB*. Seja *x* o raio da circunferência de centro *P*.



O perímetro do triângulo *OCP* é
$2p = 2 + 2 + x + 4 - x = 8$.
Logo, $p = 4$.

Calcularemos a área do triângulo *OCP* de duas formas; pela fórmula de Heron e como metade do produto da base pela altura.

$$\sqrt{4 \cdot 2 \cdot (2 - x) \cdot x} = \frac{2 \cdot x}{2}$$

Daí, $x = \frac{16}{9}$.