

Soluções -- Áreas - 2
Prof. Eduardo Wagner

1)

MQ e NP são paralelos a BD .

MN e QP são paralelos a AC .

Logo, $MNPQ$ possui os lados opostos paralelos e, portanto, é um paralelogramo.

Seja S a área do quadrilátero $ABCD$. Observando a figura ao lado, temos:

$$(AMQ) = \frac{(ABD)}{4} \quad \text{e} \quad (CPN) = \frac{(CDB)}{4}.$$

$$\text{Portanto, } (AMQ) + (CPN) = \frac{S}{4}.$$

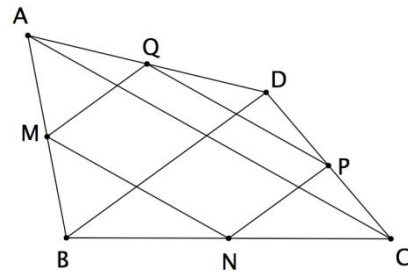
Da mesma forma, concluímos que

$$(BNM) + (DQP) = \frac{S}{4}.$$

Assim,

$$(AMQ) + (BNM) + (CPN) + (DQP) = \frac{S}{4} + \frac{S}{4} = \frac{S}{2}.$$

Logo, a área de $ABCD$ é, também, $\frac{S}{2}$.



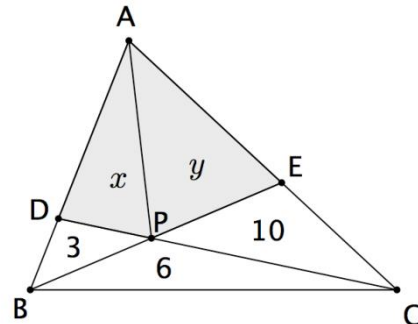
2) Observe a figura ao lado.

$$\frac{PB}{PE} = \frac{3+x}{y} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{PD}{PC} = \frac{x}{y+10} = \frac{3}{6}$$

Resolvendo, encontramos

$$x = 45 \quad \text{e} \quad y = 80.$$



3) Seja S a área do triângulo ABC .

$$\frac{(BMP)}{S} = \frac{(CMN)}{S} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Então, } (BMP) = (CMN) = \frac{S}{5}.$$

$$\frac{(APN)}{S} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 5} = \frac{9}{25}$$

$$\text{Então, } (BMP) + (CMN) + (ANP) = \frac{S}{5} + \frac{S}{5} + \frac{9S}{25} = \frac{19S}{25}.$$

$$\text{Assim, } (MNP) = S - \frac{19S}{25} = \frac{6S}{25}.$$

$$\text{Portanto, } \frac{(MNP)}{S} = \frac{6}{25}.$$

